POTENCIAÇÃO

E

RADICIAÇÃO

MÓDULO II – POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

O módulo II é composto por exercícios envolvendo potenciação e radiciação. Estamos dividindo-o em duas partes para melhor compreensão.

1ª PARTE: POTENCIAÇÃO

1. DEFINIÇÃO DE POTENCIAÇÃO

A potenciação indica multiplicações de fatores iguais. Por exemplo, o produto $3.3.3.3$ pode ser indicado na forma 3^4. Assim, o símbolo a^n, sendo *a* um número inteiro e *n* um número natural maior que 1, significa o produto de *n* fatores iguais a *a*:

$$a^n = \underbrace{a.a.a.\ \ldots\ .a}_{n\ fatores}$$

- *a* é a **base**;
- *n* é o **expoente**;
- o resultado é a **potência**.

Por definição temos que: $a^0 = 1 \quad e \quad a^1 = a$

Exemplos:

a) $3^3 \;=\; 3\cdot3\cdot3 \;=\; 27$

b) $(-2)^2 \;=\; -2\cdot-2 \;=\; 4$

c) $(-2)^3 \;=\; -2\cdot-2\cdot-2 \;=\; -8$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \;=\; \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} \;=\; \frac{9}{16}$

CUIDADO !!

Cuidado com os sinais.

- ***Número negativo elevado a expoente par fica <u>positivo</u>. Exemplos:***

  $(-2)^4 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$

  $(-3)^2 = -3 \cdot -3 = 9$

- ***Número negativo elevado a expoente ímpar permanece negativo. Exemplo:***

Ex. 1: $(-2)^3 = \underbrace{-2 \cdot -2}_{4} \cdot -2$

$4 \cdot -2 = \boxed{-8}$

- ***Se $x = 2$, qual será o valor de "$-x^2$"?***

Observe: $\boxed{-(2)^2 = -4}$***, pois o sinal negativo não está elevado ao quadrado.***

$-x^2 = -(2)^2 = -4$ **→ os parênteses devem ser usados, porque o sinal negativo "-" não deve ser elevado ao quadrado, somente o número 2 que é o valor de x.**

2. PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

Quadro Resumo das Propriedades

$a^m . a^n = a^{m+n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a.b)^n = a^n . b^n$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; com \quad b \neq 0$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	

A seguir apresentamos alguns exemplos para ilustrar o uso das propriedades:

a) $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

Ex. 1.: $2^x \cdot 2^2 = 2^{x+2}$

Ex. 2.: $a^4 \cdot a^7 = a^{4+7} = a^{11}$

Ex. 3.: $4^2 \cdot 3^4 \rightarrow$ neste caso devemos primeiramente resolver as potências para depois multiplicar os resultados, pois as bases 4 e 3 são diferentes.

$4^2 \cdot 3^4 = 16 \cdot 81 = 1296$

Obs.: Devemos lembrar que esta propriedade é válida nos dois sentidos.

Assim: $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ ou $\boxed{a^{m+n} = a^m \cdot a^n}$ Exemplo: $a^{7+n} = a^7 \cdot a^n$

b) $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$

Ex. 1: $\frac{3^4}{3^x} = 3^{4-x}$

Ex. 2: $\frac{a^4}{a^5} = a^{4-5} = a^{-1}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ ou $\boxed{a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}}$ Exemplo: $a^{4-x} = \frac{a^4}{a^x}$

c) $\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$

Ex. 1: $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Ex. 2: $(b^x)^4 = b^{x \cdot 4} = b^{4 \cdot x}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$ ou $\boxed{a^{m \cdot n} = (a^m)^n}$ Ex.: $3^{4x} = (3^4)^x \quad ou \quad (3^x)^4$

d) $\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}}$

Ex. 1: $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^1} = x^{1/2}$

Ex. 2: $\sqrt[3]{x^7} = x^{7/3}$

Ex. 3: $25^{1/2} = \sqrt{25} = 5$

Ex. 4: $x^{8/3} = \sqrt[3]{x^8}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}}$ ou $\boxed{a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}}$ Ex.: $a^{5/2} = \sqrt{a^5}$

e) $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\ com\ \ b \neq 0}$

Ex. 1: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Ex. 2: $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ *ou* $\boxed{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$ Ex.: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2^{1/2}}{3^{1/2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

f) $\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$

Ex. 1: $(x \cdot a)^2 = x^2 \cdot a^2$

Ex. 2: $(4x)^3 = 4^3 \cdot x^3 = 64x^3$

Ex. 3: $\left(3\sqrt{x}\right)^4 = 3^4 \cdot \left(\sqrt{x}\right)^4 = 3^4 \cdot \left(x^{1/2}\right)^4 = 3^4 \cdot x^{4/2} = 3^4 \cdot x^2 = 81x^2$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$ *ou* $\boxed{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$ Ex.: $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = x^{1/2} \cdot y^{1/2} = (x \cdot y)^{1/2} = \sqrt{x \cdot y}$

g) $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

Ex. 1: $a^{-3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \frac{1^3}{a^3} = \frac{1}{a^3}$

Ex. 2: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

Ex. 3: $(-4)^{-1} = \left(-\frac{1}{4}\right)^1 = -\frac{1}{4}$

O sinal negativo no expoente indica que a base da potência deve ser invertida e simultaneamente devemos eliminar o sinal negativo do expoente.

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ ou $\boxed{\frac{1}{a^n} = a^{-n}}$

Ex.: $\frac{2}{3x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \cdot x^{-1}$

CUIDADO !!!

- $(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{(2)^3} = \frac{-1}{8}$

Primeiro eliminamos o sinal negativo do expoente invertendo a base.

- $(3)^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{27}$
- $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3} = \left(\frac{a}{1}\right)^3 = \frac{a^3}{1^3} = a^3$

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) 6^2
b) $(-6)^2$
c) -6^2
d) $(-2)^3$
e) -2^3
f) 5^0
g) $(-8)^0$
h) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$
i) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$
j) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$
k) 0^{28}
l) 1^{32}
m) $(-1)^{20}$
n) $(-1)^{17}$
o) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

2. O valor de $[4^7.4^{10}.4]^2 : (4^5)^7$ é:

a) 16
b) 8
c) 6
d) 4
e) 2

3. Qual é a forma mais simples de escrever:

a) $(a \, . \, b)^3 \, . \, b \, . \, (b \, . \, c)^2$
b) $\dfrac{x^3.y^2.y^5.x.x^4}{y^7}$

4. Sendo $a = 2^7.3^8.7$ e $b = 2^5.3^6$, o quociente de *a* por *b* é:

a) 252
b) 36
c) 126
d) 48
e) 42

5. Calcule o valor da expressão:

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

6. Simplificando a expressão $\dfrac{3.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}{3.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{2}}$, obtemos o número:

a) $-6/7$
b) $-7/6$
c) $6/7$
d) $7/6$
e) $-5/7$

7. Quando $a = -\dfrac{1}{3}$ e $b = -3$, qual o valor numérico da expressão $a^2 - ab + b^2$?

8. Escreva a forma decimal de representar as seguintes potências:

a) $2^{-3} =$
b) $10^{-2} =$
c) $4^{-1} =$

Exemplos mais complexos:

(1) $$\frac{\left(4xy^3\right)^{-1}}{x^2} = \frac{\left(\dfrac{1}{4xy^3}\right)^1}{x^2} = \frac{\dfrac{1}{4xy^3}}{\dfrac{x^2}{1}} = \frac{1}{4xy^3} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4x^3y^3}$$

(2) $$\left(x.y^3\right)^{-2} = \left(\frac{1}{xy^3}\right)^2 = \frac{1^2}{x^2.\left(y^3\right)^2} = \frac{1}{x^2.y^{3.2}} = \frac{1}{x^2.y^6}$$

(3) $\left(\dfrac{1}{a^4.b^3}\right)^{-3} = \left(\dfrac{a^4.b^3}{1}\right)^3 = \dfrac{(a^4)^3.(b^3)^3}{1^3} = \dfrac{a^{4.3}.b^{3.3}}{1} = a^{12}.b^9$

(4) $\left(-a^4.y^3\right)^{-2} = \left(-\dfrac{1}{a^4.y^3}\right)^2 =$

$$\dfrac{(-1)^2}{(a^4)^2.(y^3)^2} = \dfrac{1}{a^{4.2}.y^{3.2}} = \dfrac{1}{a^8.y^6}$$

ou

$$\xrightarrow{\text{nº negativo elevado a expoente par, fica positivo.}} \left(\dfrac{1}{a^4y^3}\right)^2 = \dfrac{1^2}{a^{4\cdot 2}y^{3\cdot 2}} = \dfrac{1}{a^8y^6}$$

(5) $\left(8.y^2.a\right)^{-2} = \left(\dfrac{1}{8.y^2.a}\right)^2 = \dfrac{1^2}{(8.y^2.a)^2} = \dfrac{1^2}{8^2.(y^2)^2.a^2} = \dfrac{1}{64.y^4.a^2}$

Nos exemplos (6) e (7) a seguir, devemos primeiro resolver a operação que aparece dentro dos parênteses.

(6) $\left(2+\dfrac{1}{4}\right)^{-3}$

$$\left(2+\dfrac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\dfrac{8+1}{4}\right)^{-3} = \left(\dfrac{9}{4}\right)^{-3} = \left(\dfrac{4}{9}\right)^{3} = \dfrac{4^3}{9^3} = \dfrac{64}{729}$$

(7) $\left(c+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{2c+1}{2}\right)^2 = \dfrac{(2c+1)^2}{2^2} = \dfrac{(2c+1)\cdot(2c+1)}{4} = \dfrac{4c^2+2c+2c+1}{4} = \dfrac{4c^2+4c+1}{4}$

ou

$$\left(c+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \left(c+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(c+\dfrac{1}{2}\right) = c^2 + c\cdot\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cdot c + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2} =$$

$$= c^2 + \dfrac{c}{2} + \dfrac{c}{2} + \dfrac{1}{4} = c^2 + \dfrac{2c}{2} + \dfrac{1}{4} = c^2 + c + \dfrac{1}{4} = \dfrac{4c^2+4c+1}{4}$$

(8) Simplifique as expressões:

$\dfrac{2^n\cdot 4}{\sqrt[3]{8}\cdot 2^{3n+1}} =$ Como temos multiplicação e divisão de potências de bases diferentes, devemos reduzir todas a mesma base. Como a menor base é 2, tentaremos escrever todos os números que aparecem na base 2. Substituiremos 4 por 2^2 e $\sqrt[3]{8}$ *por* 2.

$\dfrac{2^n\cdot 2^2}{2\cdot 2^{3n+1}} =$ Agora aplicaremos as propriedades de multiplicação e divisão de potências de mesma base.

$$\frac{2^{n+2}}{2^{1+3n+1}} = \frac{2^{n+2}}{2^{3n+2}} = 2^{n+2-(3n+2)} = 2^{n+2-3n-2} = \boxed{2^{-2n}} \text{ ou } \boxed{\frac{1}{2^{2n}}}$$

EXERCÍCIOS

9. Efetue:

a) $a^6.a^4 =$

b) $\dfrac{a^8}{a^3} =$

c) $\left(\dfrac{2ab^2}{c^3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{a^2c}{b}\right)^3 =$

d) $\dfrac{\left(\dfrac{3x^2y}{a^3b^3}\right)^2}{\left(\dfrac{3xy^2}{2a^2b^2}\right)^3} =$

e) $(3x)^4 =$

f) $(x^3)^5 =$

g) $(2x^2)^3 =$

h) $(5a^2b^3)^3 =$

i) $\left(\dfrac{3a}{b^2}\right)^4 =$

j) $\left(\dfrac{2ab^3}{5x^4}\right)^{-2} =$

k) $\left(-\dfrac{1}{3a^2}\right)^{-4} =$

10. Sabendo que $a = \left(-2+\dfrac{4}{5}\right)^{-2}$, determine o valor de a.

11. Simplifique as expressões:

a) $E = \dfrac{3^{n+2}\cdot 3^n}{3\cdot 3^{n+1}}$

b) $E = \dfrac{4^n \cdot 2^{(n-1)}}{4^{(n+1)}}$

c) $G = \dfrac{25^{n+2}\cdot\sqrt{100}}{5^{n+1}}$

2ª PARTE: RADICIAÇÃO

1. DEFINIÇÃO DE RADICIAÇÃO

A radiciação é a operação inversa da potenciação. De modo geral podemos escrever:

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a \quad (n \in \mathbb{N} \text{ e } n \geq 1)$$

Ex. 1: $\sqrt{4} = 2$ *pois* $2^2 = 4$

Ex. 2: $\sqrt[3]{8} = 2$ *pois* $2^3 = 8$

Na raiz $\sqrt[n]{a}$, temos:

- O número n é chamado **índice;**
- O número a é chamado **radicando.**

3. CÁLCULO DA RAIZ POR DECOMPOSIÇÃO

RAÍZES NUMÉRICAS

Exemplos:

Devemos fatorar 144

a) $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} =$
$\sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} =$
$2^{4/2} \cdot 3^{2/2} =$
$2^2 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & \cancel{3} \\ 1 & \underbrace{2^4 \cdot 3^2}_{\text{Forma fatorada de 144}} = 144 \end{array}$$

b) $\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2} =$
$\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2} =$
$3^{3/3} \cdot 3^{2/3}$
$\boxed{3 \cdot 3^{2/3}}$
ou
$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}$
ou
$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{9}}$

Resultados possíveis

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & \cancel{3} \\ 1 & \underbrace{3^5}_{\text{Forma fatorada de 243}} = 243 \end{array}$$

Obs.:* *Nem sempre chegaremos a eliminar o radical.

RAÍZES LITERAIS

a) $\sqrt{x^9} = x^{\frac{9}{2}}$

Escrever o radical $\sqrt{x^9}$ na forma de expoente fracionário $x^{\frac{9}{2}}$ não resolve o problema, pois nove não é divisível por 2. Assim decomporemos o número 9 da seguinte forma:

9 = 8 + 1, pois 8 é divisível por 2 que é o índice da raiz.

Assim teremos:

$$\sqrt{x^9} = \sqrt{x^{8+1}} = \sqrt{x^8 \cdot x^1} = \sqrt{x^8} \cdot \sqrt{x} = x^{8/2} \cdot \sqrt{x} = x^4 \cdot \sqrt{x}$$

b) $\sqrt[3]{x^{14}} = \sqrt[3]{x^{12+2}}$ pois 12 é divisível por 3 (índice da raiz).

$$= \sqrt[3]{x^{12}\cdot x^2}$$
$$= \sqrt[3]{x^{12}}\cdot\sqrt[3]{x^2}$$
$$= x^{12/3}\cdot\sqrt[3]{x^2}$$
$$= x^4\cdot\sqrt[3]{x^2}$$

Outros Exemplos:

a) $\sqrt[3]{27.x^6} = \sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{x^6}$

$= \sqrt[3]{3^3}\cdot x^{6/3}$ (pois 6 é divisível por 3)

$= 3^{3/3}\cdot x^2$

$= 3^1\cdot x^2$

$= 3x^2$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & \cancel{3} \\ 1 & 3^3 = 27 \end{array}$$

b) $\sqrt[3]{48\cdot x^4\cdot y^6} = \sqrt[3]{48}\cdot\sqrt[3]{x^4}\cdot\sqrt[3]{y^6}$

$= \sqrt[3]{2^3.6}\cdot\underbrace{\sqrt[3]{x^{3+1}}}_{\text{pois 4 não é divisível por 3}}\cdot y^{6/3}$

$= \sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x^3\cdot x}\cdot y^2$

$= 2\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x^3}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot y^2$

$= 2\cdot\sqrt[3]{6}\cdot x\cdot\sqrt[3]{x}\cdot y^2$

$= 2xy^2\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{x}$

$= 2xy^2\cdot\sqrt[3]{6x}$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 2^3.2.3 = 2^3.6 = 48$$

EXERCÍCIOS

12. Calcule:

a) $\sqrt[3]{125} =$

b) $\sqrt[5]{243} =$

c) $\sqrt{36} =$

d) $\sqrt[5]{1} =$

e) $\sqrt[6]{0} =$

f) $\sqrt[1]{7} =$

g) $\sqrt[3]{-125} =$

h) $\sqrt[5]{-32} =$

i) $\sqrt[7]{-1} =$

13. Fatore e escreva na forma de potência com expoente fracionário:

a) $\sqrt[3]{32} =$

b) $\sqrt[3]{25} =$

c) $\sqrt[4]{27} =$

d) $\sqrt[4]{125} =$

e) $\sqrt[7]{8} =$

f) $\sqrt[7]{81} =$

g) $\sqrt[8]{512} =$

h) $\sqrt[8]{625} =$

14. Calcule a raiz indicada:

a) $\sqrt{4a^2} =$

b) $\sqrt{36a^2b^6} =$

c) $\sqrt{\dfrac{4}{9}a^2b^4} =$

d) $\sqrt{\dfrac{x^2}{100}} =$

e) $\sqrt{\dfrac{16a^{10}}{25}} =$

f) $\sqrt[4]{100x^2} =$

g) $\sqrt[8]{121} =$

h) $\sqrt[5]{1024x^5y^{10}} =$

i) $\sqrt[4]{\dfrac{1}{25}} =$

j) $\sqrt[3]{\dfrac{a^6}{b^3}} =$

k) $\sqrt{\dfrac{16x^4}{y^2z^6}} =$

15. Simplifique os radicais:

a) $\sqrt[5]{a^{10}x} =$

b) $\sqrt{a^4b^2c} =$

c) $\sqrt{a^3b} =$

d) $\sqrt{25a^4x} =$

e) $\sqrt[3]{432} =$

f) $\dfrac{1}{3}\sqrt{45} =$

3.3 Propriedades dos radicais

a) $\boxed{\sqrt[n]{a^p} \Leftrightarrow a^{p/n}}$

Essa propriedade mostra que todo radical pode ser escrito na forma de uma potência.

Ex. 1: $\sqrt[3]{2} = 2^{1/3}$

Ex. 2: $\sqrt{4^3} = 4^{3/2}$

Ex. 3: $\sqrt[5]{6^2} = 6^{2/5}$

***Obs.:** é importante lembrar que esta propriedade também é muito usada no sentido contrário ou seja* $a^{p/n} = \sqrt[n]{a^p}$ *(o denominador "n" do expoente fracionário é o índice do radical).*

Exemplo : $2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$.

b) $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a}$ Ex.: $\sqrt[3]{2^3} = 2^{3/3} = 2^1 = 2$

c) $\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$ Ex.: $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^6} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} = a^{3/3} \cdot b^{6/3} = a \cdot b^2$

d) $\boxed{\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$ Ex.: $\sqrt{\dfrac{a^6}{b^5}} = \dfrac{\sqrt{a^6}}{\sqrt{b^5}} = \dfrac{a^{6/2}}{b^{5/2}} = \dfrac{a^3}{b^{5/2}}$ ou $\dfrac{a^3}{\sqrt{b^5}}$

e) $\boxed{\left(\sqrt[n]{b}\right)^m = \left(b^{1/n}\right)^m = b^{\frac{1}{n}\cdot m} = b^{\frac{1}{n}\cdot\frac{m}{1}} = b^{\frac{m}{n}}}$

Ex.: $\left(\sqrt{5}\right)^3 = \left(5^{1/2}\right)^3 = 5^{\frac{1}{2}\cdot 3} = 5^{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{1}} = 5^{3/2}$

f) $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}}$ Ex.: $\sqrt[3]{\sqrt[2]{3}} = \sqrt[3\cdot 2]{3} = \sqrt[6]{3}$

EXERCÍCIOS

16. Dê o valor das expressões e apresente o resultado na forma fracionária:

a) $\sqrt{\frac{1}{100}} =$

b) $-\sqrt{\frac{1}{16}} =$

c) $\sqrt{\frac{4}{9}} =$

d) $-\sqrt{0{,}01} =$

e) $\sqrt{0{,}81} =$

f) $\sqrt{2{,}25} =$

17. Calcule a raiz indicada:

a) $\sqrt[9]{a^3}$

b) $\sqrt[3]{48}$

c) $\sqrt{t^7}$

d) $\sqrt[4]{t^{12}}$

18. Escreva na forma de potência com expoente fracionário:

a) $\sqrt{7} =$

b) $\sqrt[4]{2^3} =$

c) $\sqrt[5]{3^2} =$

d) $\sqrt[6]{a^5} =$

e) $\sqrt[3]{x^2} =$

f) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

19. Escreva na forma de radical:

a) $2^{\frac{1}{5}} =$

b) $4^{\frac{2}{3}} =$

c) $x^{\frac{1}{4}} =$

d) $8^{-\frac{1}{2}} =$

e) $a^{\frac{5}{7}} =$

f) $\left(a^3 b\right)^{\frac{1}{4}} =$

g) $\left(m^2 n\right)^{-\frac{1}{5}} =$

h) $m^{-\frac{3}{4}} =$

20. De que forma escrevemos o número racional *0,001*, usando expoente inteiro negativo?

a) 10^{-1}

b) 10^{-2}

c) 10^{-3}

d) 10^{-4}

e) 1^{-10}

4. OPERAÇÕES COM RADICAIS

4.1. Adição e Subtração

Quando temos radicais semelhantes em uma adição algébrica, podemos reduzi-los a um único radical somando-se os fatores externos desses radicais.

Exemplos:

1) $\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3} = (1+4-2)\cdot\sqrt{3} = 1\sqrt{3} = \sqrt{3}$

2) $2\sqrt[5]{3}+3\sqrt[5]{3}-2\sqrt[5]{3} = \underbrace{(2+3-2)}_{\text{fatores externos}}\cdot\sqrt[5]{3} = 3\sqrt[5]{3}$

Obs.: ***Podemos dizer que estamos colocando em evidência os radicais que apareceram em todos os termos da soma.***

3) $4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{5}-6\sqrt{5} = (4-2)\sqrt{2}+(3-6)\sqrt{5} = \underbrace{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}_{\text{não pode ser mais reduzida}}$

4) $3\sqrt{2}+7-5\sqrt{2}-4 = (3-5)\cdot\sqrt{2}+(7-4) = -2\sqrt{2}+3$

EXERCÍCIOS

21. Simplifique $12\sqrt{10}-6\sqrt{10}-8\sqrt{10}$:

22. Determine as somas algébricas:

a) $\frac{7}{3}\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}-\frac{5}{4}\sqrt[3]{2}=$

b) $\frac{\sqrt{5}}{6}+\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{3}=$

c) $5\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}+2-4\sqrt[3]{2}+8\sqrt[3]{3}=$

d) $8\sqrt[5]{7}+\sqrt[4]{6}-12\sqrt[5]{7}-10\sqrt[4]{6}=$

23. Simplifique as expressões e calcule as somas algébricas:

a) $5\sqrt{28}-3\sqrt{20}-2\sqrt{63}+2\sqrt{45}=$

b) $8\sqrt{2}-5\sqrt{8}+13\sqrt{18}-15\sqrt{50}-9\sqrt{72}=$

c) $6\sqrt{45}-12\sqrt{48}+6\sqrt{108}-10\sqrt{20}=$

d) $\frac{3}{2}\sqrt{90}-\frac{1}{4}\sqrt{250}-\frac{1}{4}\sqrt{10}=$

e) $\sqrt[4]{96}+\sqrt[4]{486}-2\sqrt[4]{6}+9\sqrt[4]{243}=$

f) $5\sqrt[3]{32}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{256}+\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{2}+\frac{8}{5}\sqrt[3]{4}=$

g) $\sqrt[5]{64}-\sqrt[5]{486}-\sqrt[5]{2}=$

h) $4\sqrt[3]{\frac{81}{64}}+81\sqrt[3]{\frac{375}{729}}-10\sqrt[3]{\frac{24}{125}}=$

24. Calcule as somas algébricas:

a) $-10\sqrt{x}+4\sqrt{x}+6\sqrt{x}-\sqrt{x}=$

b) $\sqrt{4a}-\sqrt{81b}-6\sqrt{9a}+8\sqrt{144b}=$

c) $\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{8a}-\sqrt[3]{1000a}=$

d) $-2a\sqrt[4]{a^5}-12a\sqrt[4]{a}+3\sqrt[4]{a^9}=$

e) $\sqrt{a^2x}-a\sqrt{4x}+3\sqrt{a^3}-4a\sqrt{a}=$

f) $\sqrt[4]{a}-5\sqrt{b}-3\sqrt[4]{a}-8\sqrt{b}=$

g) $\sqrt{\frac{x^2y}{4}}-x\sqrt{\frac{y}{9}}+\sqrt{\frac{x}{100}}-\sqrt{81x}=$

h) $\frac{\sqrt[4]{a^4c}}{2}-\frac{\sqrt[4]{b^4c^5}}{8}-a\sqrt[4]{\frac{c}{16}}=$

25. Considere $a=\sqrt{9m}, b=2\sqrt{100m}, c=-8\sqrt{36m}$ e determine:

a) $a+b+c=$ b) $a-(b+c)=$ c) $a-b+c=$ d) $(a+b)-c=$

26. Simplifique a expressão $-\sqrt[4]{a^2y^4}-\left(\frac{1}{2}y\sqrt[6]{a^3}-\sqrt[10]{a^5y^{10}}\right)$.

4.2 Multiplicação

Temos 4 casos básicos para a multiplicação de radicais, a seguir veremos cada um:

1° CASO: Radicais têm raízes exatas.
Neste caso basta extrair a raiz e multiplicar os resultados:
Exemplo: $\sqrt{16}\cdot\sqrt[3]{-8} = 4\cdot(-2) = -8$

2° CASO: Radicais têm o mesmo índice.
Devemos conservar o índice e multiplicar os radicandos, simplificando sempre que possível o resultado obtido.
Exemplos: a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{3\cdot 5} = \sqrt{15}$

b) $\sqrt[3]{x\cdot y}\cdot\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{y^4} = \sqrt[3]{x\cdot y\cdot x^2\cdot y^4} = \boxed{\sqrt[3]{x^3\cdot y^5}}$ pode parar aqui!

Se quisermos continuar, podemos separar os radicais diante de multiplicação e divisão:

$$\sqrt[3]{x^3\cdot y^5} = \sqrt[3]{x^3}\cdot\sqrt[3]{y^5} = x\cdot\sqrt[3]{y^{3+2}} = x\cdot\sqrt[3]{y^3\cdot y^2} = x\cdot\sqrt[3]{y^3}\cdot\sqrt[3]{y^2} = x\cdot y\cdot\sqrt[3]{y^2}$$

A ordem dos fatores não altera o produto (multiplicação)

c) $2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{5} = 2\cdot 3\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{5} = 6\sqrt{2\cdot 5} = 6\sqrt{10}$

3° CASO: Radicais têm índices diferentes.

O caminho mais fácil é transformar os radicais em potências fracionárias. Logo em seguida, transformar os expoentes fracionários em frações equivalentes (com mesmo denominador).

Multiplicamos numerador e denominador da fração por 2 e transformamos na fração equivalente $\frac{2}{4}$

Exemplos: a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{2} = 3^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{2}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3^2}\cdot\sqrt[4]{2^1} = \sqrt[4]{3^2\cdot 2} = \sqrt[4]{18}$

b) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{x} = a^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}}\cdot x^{\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}} = a^{\frac{4}{12}}\cdot x^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{a^4}\cdot\sqrt[12]{x^3} = \sqrt[12]{a^4\cdot x^3}$

4° CASO: Utilizando a propriedade distributiva.

Exemplo: $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}+2\right) = \sqrt{2}.\sqrt{3}+\sqrt{2}.2 = \sqrt{2\cdot 3}+2\sqrt{2} = \sqrt{6}+2\sqrt{2}$

ATENÇÃO:

- $\sqrt{2}+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, ***ou seja, raiz de 2 mais raiz de dois é igual a <u>duas</u> raízes de dois.***

- $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2$ ***por que?*** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = (2)$

ou ainda podemos lembrar que toda raiz pode ser escrita na forma de potência, então:

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2^{1/2}\cdot 2^{1/2} \xrightarrow{\text{regra de potenciação}} 2^{1/2+1/2} = 2^{\frac{1+1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$$

Conservamos a base e somamos os expoentes.

4.3 Divisão

A divisão de radicais tem 3 casos básicos, a seguir veremos cada um deles:

1° CASO: Os radicais têm raízes exatas.

Nesse caso, extraímos as raízes e dividimos os resultados.

Exemplo: $\sqrt{81} : \sqrt[3]{27} = 9 : 3 = 3$

2° CASO: Radicais têm o mesmo índice.

Devemos conservar o índice e dividir os radicandos.

Como os índices das raízes são iguais, podemos substituir as duas raízes por uma só!

Exemplos: $\sqrt{x^3} : \sqrt{xy} = \dfrac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy}} = \sqrt{\dfrac{x^3}{xy}} = \sqrt{\dfrac{x^2}{y}}$

$\sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{10} = \dfrac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{\dfrac{20}{10}} = \sqrt[3]{2}$

3° CASO: Radicais com índices diferentes.

O caminho mais fácil é transformar os radicais em potências fracionárias, efetuar as operações de potências de mesma base e voltar para a forma de radical .

Exemplo: $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3-2}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$

5. Racionalização de Denominadores

Racionalizar uma fração cujo denominador é um número irracional, significa achar uma fração equivalente à ela com denominador racional. Para isso, devemos multiplicar ambos os termos da fração por um número conveniente. Ainda podemos dizer que racionalizar uma fração significa reescrever a fração eliminando do denominador os radicais. Vejamos alguns exemplos:

1) Temos no denominador apenas raiz quadrada:

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

2) Temos no denominador raízes com índices maiores que 2:

(a) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}$ Temos que multiplicar numerador e denominador por $\sqrt[3]{x^2}$, pois $1 + 2 = 3$.

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^1\cdot x^2}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{1+2}}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}{x}$$

(b) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$ Temos que multiplicar numerador e denominador por $\sqrt[5]{x^3}$, pois 2 + 3 = 5.

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2\cdot x^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^{2+3}}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{x}$$

O sinal deve ser contrário, senão a raiz não será eliminada do denominador.

3) Temos no denominador soma ou subtração de radicais:

$$\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)} = \frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3} = \frac{\cancel{2}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\cancel{4}} = \frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{2}$$

$$\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{7}\right)^2-\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$$

Exercícios

27. Calcule

a) $6\sqrt{7}+5\sqrt{7}-3\sqrt{7}=$

b) $5\sqrt{2}+3\sqrt{50}-2\sqrt{18}=$

c) $2\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}+5\sqrt[3]{3}=$

d) $4\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{2}=$

e) $3\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[5]{2}=$

f) $4\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}=$

g) $\dfrac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=$

h) $\dfrac{5-\sqrt{5^2-4.1.4}}{2}=$

i) $\dfrac{6+\sqrt{6^2-4.1.5}}{2}=$

28. Simplifique os radicais e efetue:

a) $2\sqrt{2x^3}-x\sqrt{8x}+\sqrt{8x^3}=$

b) $4\sqrt[3]{343}-2\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{192}=$

c) $4y\sqrt{x}+3\sqrt{y^2x}+3x\sqrt{x}-5\sqrt{x^3}=$

29. Efetue:

a) $3a\sqrt{x}-2x\sqrt{x}-\sqrt{4a^2x}+\sqrt{9x^3}=$

b) $5\sqrt{a^5}+\sqrt{4a^3}-a\sqrt{4a^3}-\sqrt{a}=$

c) $2\sqrt{4x+8}-3\sqrt{25x+50}+4\sqrt{16x+32}=$

d) $-3b\sqrt{a}+7\sqrt{b^2a}-3a\sqrt{a}-\sqrt{a^3}=$

30. Escreva na forma mais simplificada:

a) $\sqrt{x}.\sqrt{x} =$
b) $3\sqrt{x} + \sqrt{x} =$
c) $\sqrt{a} - 7\sqrt{a} =$
d) $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} =$
e) $\dfrac{x^3}{x^2} =$
f) $x^{-3}x^{-4} =$
g) $\sqrt{x}.x^7 =$
h) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^4} =$
i) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a} =$
j) $\left(\sqrt{a}\right)^3 \cdot a^2 =$
k) $\sqrt{5^2} \cdot b^4 =$

31. Efetue as multiplicações e divisões:

a) $\sqrt[3]{a^5}.\sqrt{ab}.\sqrt[4]{a^2b^2} =$
b) $\sqrt[3]{4a^2x}.\sqrt{4a^2x^2} =$
c) $\sqrt[10]{x^3}.\sqrt{x} =$
d) $\sqrt{xy}.\sqrt[3]{x^2y^2}.\sqrt{x^3y} =$
e) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} =$
f) $\dfrac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a^3}} =$

32. Efetue:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[8]{a^3}} =$
b) $\dfrac{\sqrt[6]{a^3b^2}}{\sqrt[4]{a^5b}} =$
c) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[3]{xy}} =$
d) $\dfrac{2 \cdot \sqrt[6]{27}}{\sqrt[4]{9}} =$
e) $3\sqrt{b} \cdot 5\sqrt[3]{b} \cdot \dfrac{1}{3}\sqrt[4]{b} =$
f) $\dfrac{3.\sqrt[6]{125}}{5.\sqrt[4]{25}} =$

33. Quando $x = -\dfrac{2}{3}$, o valor numérico da expressão $3x^2 - x - 2$ é:

a) 0
b) 1
c) -1
d) $\dfrac{1}{3}$
e) $-\dfrac{2}{3}$

34. Se $x = 3^6$ e $y = 9^3$:

a) x é o dobro de y;
b) $x - y = 1$
c) $x = y$
d) y é o triplo de x;
e) $x + y = 1$

35. Racionalize as frações:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$
b) $\dfrac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{4}}$
c) $\dfrac{3}{1 - \sqrt{x}}$
d) $\dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}$

Respostas dos Exercícios

1ª Questão:

a) 36	h) $81/16$	o) $9/25$
b) 36	i) $81/16$	
c) –36	j) $-27/8$	
d) –8	k) 0	
e) –8	l) 1	
f) 1	m) 1	
g) 1	n) -1	

2ª Questão:

d)

3ª Questão:

a) $a^3b^6c^2$	b) x^8

4ª Questão:

a)

5ª Questão:

$A = \frac{65}{4}$

6ª Questão:

a)

7ª Questão:

$\frac{73}{9}$

8ª Questão:

a) 0,125	b) 0,01	c) 0,25

9ª Questão:

a) a^{10}	d) $\frac{8x}{3y^4}$	g) $8x^6$	j) $\frac{25x^8}{4a^2b^6}$
b) a^5	e) $81x^4$	h) $125\,a^6b^9$	k) $81\,a^8$
c) $\frac{4\,a^8b}{c^3}$	f) x^{15}	i) $\frac{81\,a^4}{b^8}$	

10ª Questão:

$a = \frac{25}{36}$

11ª Questão:

a) $E = 3^n$	b) $F = 2^{n-3}$	c) $G = 5^{n+4} \cdot 2$

12ª Questão:

a) 5	c) 6	e) 0	g) -5
b) 3	d) 1	f) 7	h) –2
			i) -1

13ª Questão:

a) $2^{\frac{5}{3}}$	c) $3^{\frac{3}{4}}$	e) $2^{\frac{3}{7}}$	g) $2^{\frac{9}{8}}$
b) $5^{\frac{2}{3}}$	d) $5^{\frac{3}{4}}$	f) $3^{\frac{4}{7}}$	h) $5^{\frac{1}{2}}$

14ª Questão:

a) $2a$	d) $\frac{x}{10}$	g) $\sqrt[4]{11}$	j) $\frac{a^2}{b}$
b) $6ab^3$	e) $\frac{4a^5}{5}$	h) $4xy^2$	k) $\frac{4x^2}{yz^3}$
c) $\frac{2}{3} \cdot ab^2$	f) $\sqrt{10x}$	i) $\sqrt{\frac{1}{5}}$	

15ª Questão:

a) $a^2\sqrt[5]{x}$	c) $a \cdot \sqrt{ab}$	e) $6 \cdot \sqrt[3]{2}$
b) $a^2b\sqrt{c}$	d) $5a^2\sqrt{x}$	f) $\sqrt{5}$

16ª Questão:

a) $1/10$	c) $2/3$	e) $9/10$
b) $-1/4$	d) $-1/10$	f) $15/10$

17ª Questão:

a) $\sqrt[3]{a}$	b) $2 \cdot \sqrt[3]{6}$	c) $t^3 \cdot \sqrt{t}$	d) t^3

18ª Questão:

a) $7^{\frac{1}{2}}$	c) $3^{\frac{2}{5}}$	e) $x^{\frac{2}{3}}$
b) $2^{\frac{3}{4}}$	d) $a^{\frac{5}{6}}$	f) $3^{-\frac{1}{2}}$

19ª Questão:

a) $\sqrt[5]{2}$	c) $\sqrt[4]{x}$	e) $\sqrt[7]{a^5}$	g) $1/\sqrt[5]{m^2n}$
b) $\sqrt[3]{4^2}$	d) $1/\sqrt{8}$	f) $\sqrt[4]{a^3b}$	h) $1/\sqrt[4]{m^3}$

20ª Questão:

c)

21ª Questão:

$-2\sqrt{10}$

22ª Questão:

a) $-\frac{11}{12}\cdot\sqrt[3]{2}$	b) $\frac{2}{15}\sqrt{5}$	c) $\sqrt[3]{2}+2$	d) $-4\sqrt[5]{7}-9\sqrt[4]{6}$

23ª Questão:

a) $4\sqrt{7}$ b) $-92\sqrt{2}$	c) $-12\sqrt{3}-2\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{10}$	e) $3\cdot\sqrt[4]{6}+27\cdot\sqrt[4]{3}$ f) $10\cdot\sqrt[3]{4}$	g) $-2\cdot\sqrt[5]{2}$ h) $44\cdot\sqrt[3]{3}$

24ª Questão:

a) $-\sqrt{x}$ b) $-16\sqrt{a}+87\sqrt{b}$	c) $3-12\cdot\sqrt[3]{a}$ d) $(a^2-12a)\cdot\sqrt[4]{a}$	e) $-a\sqrt{x}-a\sqrt{a}$ f) $-2\cdot\sqrt[4]{a}-13\sqrt{b}$	g) $\frac{x}{6}.\sqrt{y}-\frac{89}{10}.\sqrt{x}$ h) $\frac{-\mathrm{bc}}{8}\cdot\sqrt[4]{\mathrm{c}}$

25ª Questão:

a) $-25\sqrt{\mathrm{m}}$	b) $31\sqrt{\mathrm{m}}$	c) $-65\sqrt{\mathrm{m}}$	d) $71\sqrt{\mathrm{m}}$

26ª Questão:

$-\frac{\mathrm{y}}{2}\sqrt{\mathrm{a}}$

27ª Questão:

a) $8\sqrt{7}$ b) $14\sqrt{2}$	c) $13\cdot\sqrt[3]{3}$ d) $12\sqrt{10}$	e) $3\cdot\sqrt[5]{4}$ f) 24	g) $4\sqrt{2}$ h) 1 i) 5

28ª Questão:

a) $2x\sqrt{2x}$	b) *28*	c) $(7y-2x)\sqrt{x}$

29ª Questão:

a) $(a+x)\sqrt{x}$	b) $(3a^2+2a-1)\sqrt{a}$	c) $5\sqrt{x+2}$	d) $4\sqrt{a}(b-a)$

30ª Questão:

a) x b) $4\sqrt{x}$ c) $-6\sqrt{a}$	d) $1/\sqrt[6]{x}$ e) x f) x^{-7}	g) $x^{\frac{15}{2}}$ h) $a^{\frac{5}{3}}$ i) $a^{\frac{3}{4}}$	j) $a^{\frac{7}{2}}$ k) $5b^4$

31ª Questão:

a) $a^{\frac{8}{3}} \cdot b$	c) $x^{\frac{4}{5}}$	e) $a \cdot \sqrt[12]{a}$
b) $2ax \cdot \sqrt[3]{4a^2x}$	d) $x^2y \cdot \sqrt[3]{x^2y^2}$	f) $\sqrt[6]{a}$

32ª Questão:

a) $a^{\frac{1}{8}}$	c) $x^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{5}{12}}$	e) $5b\sqrt[12]{b}$
b) $a^{-\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{12}}$	d) 2	f) $\frac{3}{5}$

33ª Questão:

a)

34ª Questão:

c)

35ª Questão:

a) $\frac{\sqrt{x}}{x}$	b) $\frac{2\sqrt{x}-2\sqrt{4}}{x-4}$	c) $\frac{3+3\sqrt{x}}{1-x}$	d) $\frac{4 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x}$